

第七次适应性训练

九年级数学试卷

第一部分 (选择题 共 24 分)

一、选择题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 计 24 分, 每小题只有一个选项是符合题意的)

1.  $\sqrt{16}$  的值为

- A. 4                      B. -4                      C.  $\pm 4$                       D.  $\pm 2$

2. 下列几何体的侧面展开图是轴对称图形但不是中心对称图形的是

- A. 长方体                      B. 圆柱                      C. 圆锥                      D. 正方体

3. 下列运算中正确的是

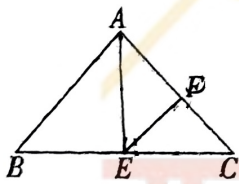
- A.  $(-2m^2n^3)^2 = 4m^4n^5$                       B.  $6m^2n \cdot (-\frac{1}{2}m^2n^{-1}) = -3m^4$   
 C.  $(2m-n)^2 = 4m^2 + 4mn + n^2$                       D.  $(a+3)(a-3) = a^2 + 9$

4. 已知一次函数  $y=kx+2$  的函数值  $y$  随  $x$  的增大而减小, 那么下列哪个点一定不在该函数图象上

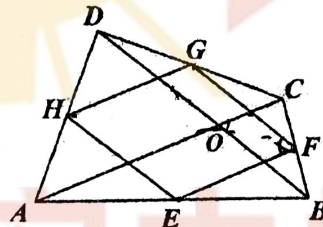
- A. (1, 1)                      B. (-1, 3)                      C. (2, -2)                      D. (-1, -1)

5. 如图, 若  $AB=AC=5$ ,  $BC=6$ , 点  $E$  为  $BC$  的中点, 过点  $E$  作  $EF \perp AC$  于点  $F$ , 则  $EF$  的长为

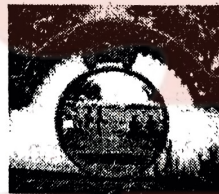
- A. 2                      B.  $\frac{9}{5}$                       C.  $\frac{12}{5}$                       D.  $\frac{5}{2}$



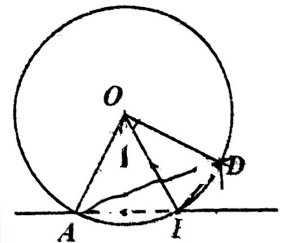
(第 5 题图)



(第 6 题图)



图①



图②

6. 如图, 已知四边形  $ABCD$ ,  $AC$  与  $BD$  交于点  $O$ ,  $AC=BD=4\sqrt{3}$ , 且  $\angle BOC=60^\circ$ , 若  $E$ 、 $F$ 、 $G$ 、 $H$  分别为  $AB$ 、 $BC$ 、 $CD$ 、 $AD$  的中点, 则四边形  $EFGH$  的面积为

- A.  $2\sqrt{3}$                       B. 6                      C.  $4\sqrt{3}$                       D.  $6\sqrt{3}$

7. “圆”是中国文化的一个重要精神元素, 在中式建筑中有着广泛的应用, 例如古典园林中的门洞. 如图 1, 其数学模型为如图 2 所示. 园林中的一个圆弧形门洞的地面跨径  $AB=1$  米,  $D$  为圆上一点,  $DC \perp AB$  于点  $C$ , 且  $CD=BC=0.7$  米, 则门洞的半径为

- A. 1.2 米                      B. 1.3 米                      C. 1.4 米                      D. 1.5 米

8. 已知二次函数  $y = ax^2 + 2ax + c (a \neq 0)$  的图象如图所示，则下列说法：①  $ac > 0$ ；②若点  $P(-2, m)$ ， $Q(0.5, n)$  都在该抛物线上，则  $m < n$ ；③  $3a + c > 0$ ；④方程  $ax^2 + (2a+1)x + c = 0$  有两个不相等的实数根；正确的有
- A. 1 个      B. 2 个      C. 3 个      D. 4 个

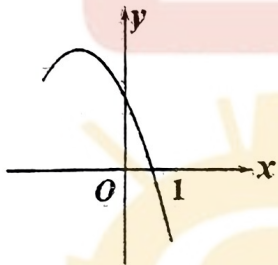
## 第二部分（非选择题 共 96 分）

### 二、填空题（共 5 小题，每小题 3 分，计 15 分）

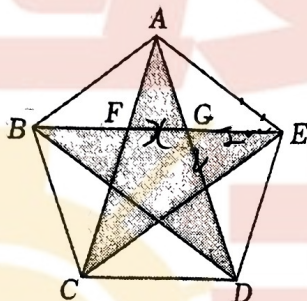
9. 最接近  $\sqrt{3}$  的整数是\_\_\_\_\_.

10. 若实数  $m, n$  满足  $2m - n + 1 = 0$ ，则  $9^m + 3^n =$ \_\_\_\_\_.

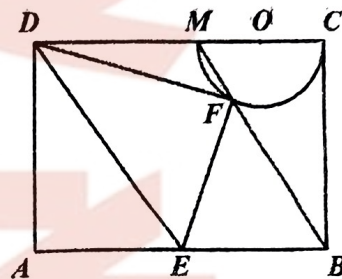
11. 黄金分割在数学中有非常广泛的应用，已知顶角为  $36^\circ$  的等腰三角形成为黄金三角形，它的底与腰之比为  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ，如图正五边形  $ABCDE$  的对角线恰好围成一个“五角星”（即阴影部分），已知  $BE = 2\sqrt{5}$ ，则  $DE$  的长为\_\_\_\_\_.



（第 8 题图）



（第 11 题图）



（第 13 题图）

12. 已知点  $(a, b)$  是一次函数  $y = -2x + 2024$  和反比例函数  $y = -\frac{8}{x}$  的交点，则  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} =$ \_\_\_\_\_.

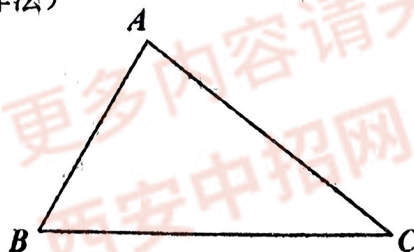
13. 如图，在矩形  $ABCD$  中， $AB = 8$ ， $AD = 4\sqrt{3}$ ， $M$  是直线  $CD$  上的一个动点，以  $CM$  为直径作半圆  $O$ ，连接  $BM$  与半圆  $O$  交于点  $F$ ， $E$  为  $AB$  的中点，连接  $EF$ 、 $ED$ 、 $DF$ ，则  $S_{\triangle FED}$  的最小值为\_\_\_\_\_.

### 三、解答题（本大题共 13 小题，共 81 分）

14. （本题满分 5 分）计算： $|\sqrt{3} - 2| + (2024 - \pi)^0 + 2\cos 30^\circ$

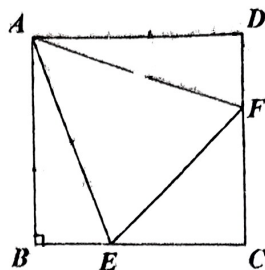
15. （本题满分 5 分）化简分式  $\left(a + 1 + \frac{1}{a+3}\right) \div \frac{a^2 - 4}{a+3}$

16. （本题满分 5 分）如图，在  $\triangle ABC$  中， $AB = 4$ ， $AC = 6$ ，请在  $BC$  边上找一点  $D$ ，使得  $S_{\triangle ABD} : S_{\triangle ACD} = 2 : 3$ .（保留作图痕迹，不写作法）





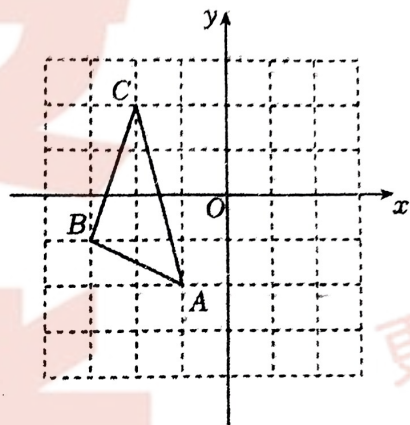
17. (本题满分 5 分) 如图, 在正方形  $ABCD$  中, 已知  $\angle AEF = \angle AFE$ , 求证:  $CE = CF$ .



18. (本题满分 5 分) 如图, 平面直角坐标系  $xOy$  在边长为 1 的正方形组成的网格中,  $\triangle ABC$  的顶点均在格点上, 点  $A, B, C$  的坐标分别是  $A(-1, -2), B(-3, -1), C(-2, 2)$ .

(1) 把  $\triangle ABC$  绕原点  $O$  逆时针旋转  $90^\circ$  后得到  $\triangle A'B'C'$ , 画出  $\triangle A'B'C'$ , 此时  $A'$  的坐标为 \_\_\_\_\_;

(2) 在 (1) 的基础上, 求点  $B$  在旋转过程中运动的路径长.



19. (本题满分 5 分) 《孙子算经》中有这样一个问题: “今有三人共车, 二车空; 二人共车, 九人步. 问人与车各几何?” 大意是一群人出行, 如果三人同乘一辆车, 则空余两辆车; 两人同乘一辆车, 则有九人步行. 请问共有多少人出行, 多少辆车.

20. (本题满分 5 分) 央视春晚的西安分会场与动画片《长安三万里》形成联动, 让李白穿越千年, 在古城西安现身, 使得除夕夜的西安犹如回到了繁荣兴旺的长安时代. 李白是唐朝伟大的浪漫主义诗人, 被后人誉为“诗仙”. 《将进酒》是李白不受重用, 接连受到打击后满怀愤慨所作的名篇. 小明和小刚将这首诗中的四句分别写在编号为  $A, B, C, D$  的 4 张卡片上, 如图所示, 卡片除编号和内容外, 其余完全相同, 将这 4 张卡片背面朝上, 洗匀放好, 玩抽诗句的游戏.

|              |              |              |              |
|--------------|--------------|--------------|--------------|
| A<br>人生得意须尽欢 | B<br>莫使金樽空对月 | C<br>天生我材必有用 | D<br>千金散尽还复来 |
|--------------|--------------|--------------|--------------|

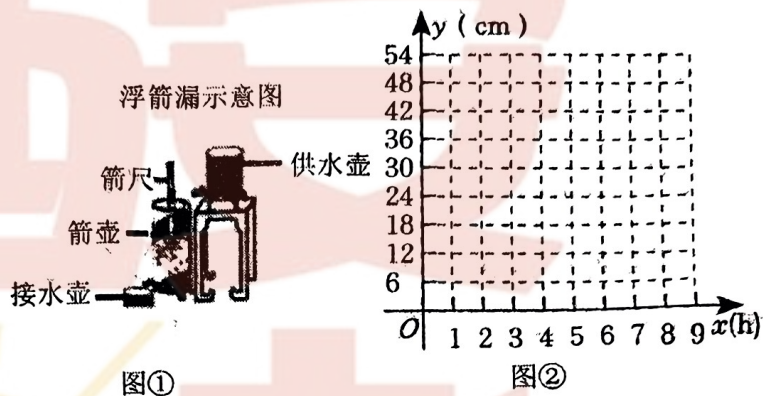
(1) 小明从中抽取一张卡片, 恰好抽到“天生我材必有用”的概率为 \_\_\_\_\_;

(2) 小明先抽一张卡片, 接着小刚从剩下的卡片中抽一张, 用画树状图或列表的方法求两人所抽卡片上的诗句恰好成联 (注:  $A$  与  $B$  为一联,  $C$  与  $D$  为一联) 的概率.

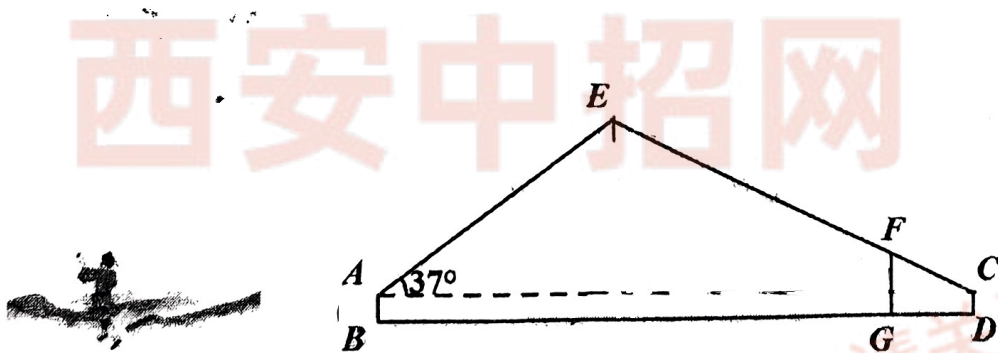
21. (本题满分6分) 《九章算术》中记载, 浮箭漏(如图①)出现于汉武帝时期, 它由供水壶和箭壶组成, 箭壶内装有箭尺, 水匀速地从供水壶流到箭壶, 箭壶中的水位逐渐上升, 箭尺匀速上浮, 可通过读取箭尺读数计算时间. 某学校科技研究小组仿制了一套浮箭漏, 并从函数角度进行了如下实验探究. 研究小组每2h记录一次箭尺读数(箭尺最大读数为120cm),

(1) 通过记录实验数据得知箭尺读数  $y$  (cm) 和供水时间  $x$  (h) 近似满足一次函数的关系, 当  $x=3$  时,  $y=24$ , 当  $x=6$  时,  $y=42$ , 如图②, 建立平面直角坐标系, 横轴表示供水时间  $x$  (h), 纵轴表示箭尺读数  $y$  (cm), 画出  $0 \leq x \leq 8$  时的函数图象, 并求出它的函数表达式.

(2) 如果本次实验记录的开始时间是上午8:00, 那么到下午3点时, 箭尺读数增加了多少?



22. (本题满分7分) “草长莺飞二月天, 拂堤杨柳醉春烟. 儿童放学归来早, 忙趁东风放纸鸢.” 小明和小刚约定周末下午去公园放风筝, 当风筝距离地面一定高度时, 小明和小刚决定测量风筝到地面的高度, 已知小明在  $B$  处看风筝的仰角为  $37^\circ$ , 小刚所站位置  $D$  处看风筝视线恰好被大树  $FG$  挡住(即点  $E, F, C$  三点共线), 通过测量, 此时小刚距离大树底部8米(即  $GD=8$  米), 小明与小刚之间的距离  $BD$  为115米, 大树的高度为4.9米, 两人的眼睛距地面高度均为1.7米(即  $AB=CD=1.7$  米), 请根据以上数据求出此时风筝距离地面的高度. (参考数据:  $\sin 37^\circ \approx 0.6$ ,  $\cos 37^\circ \approx 0.8$ ,  $\tan 37^\circ \approx 0.75$ , 风筝的宽度忽略不计)





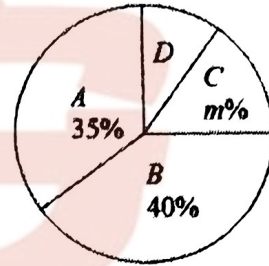
23. (本题满分 7 分) 某校开展学生科技活动, 为了解学生的科技知识水平组织了知识竞答活动, 从七年级学生中随机抽取  $n$  名学生的竞答成绩 (单位: 分), 进行整理、描述和分析 (比赛成绩用  $x$  表示, 共分成 4 组:  $A: 90 \leq x \leq 100$ ,  $B: 80 \leq x < 90$ ,  $C: 70 \leq x < 80$ ,  $D: 60 \leq x < 70$ ). 下面给出了部分信息:

① 七年级学生  $B$  组的竞答成绩为: 82, 86, 87, 85, 86; 88, 82, 89.

② 扇形统计图中  $C$  组所对应的圆心角为  $54^\circ$ .

| 分组                   | 组内学生的总成绩 |
|----------------------|----------|
| $90 \leq x \leq 100$ | 651      |
| $80 \leq x < 90$     | 685      |
| $70 \leq x < 80$     | 214      |
| $60 \leq x < 70$     | 130      |

被抽取学生成绩统计表



被抽取学生成绩统计图

(1) 本次随机抽取的学生  $n = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $m = \underline{\hspace{2cm}}$ .

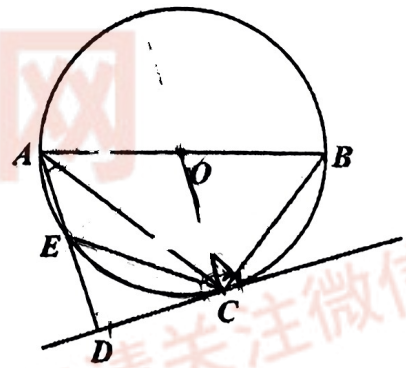
(2) 请计算被抽取学生的平均成绩.

(3) 小胡在这次考试中的成绩为 85 分, 他认为他的成绩已超过一半学生, 试分析他的说法是否正确, 并说明理由.

24. (本题满分 8 分) 如图,  $AB$  为  $\odot O$  的直径,  $CD$  为  $\odot O$  的切线, 且  $AD \perp CD$ , 垂足为点  $D$ ,  $AD$  交  $\odot O$  于点  $E$ , 连接  $CE$ ,  $CB$ .

(1) 求证:  $CE = \widehat{CB}$ ;

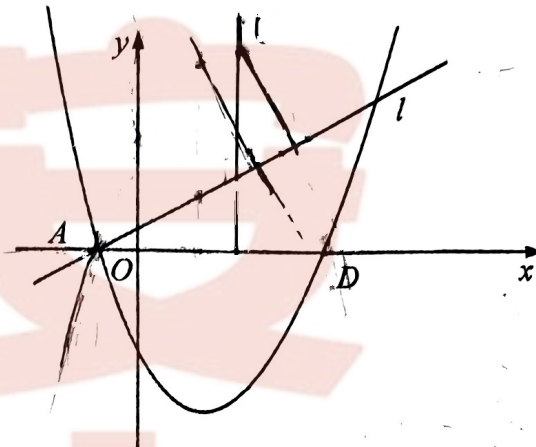
(2) 若  $AC = 2\sqrt{5}$ ,  $CE = 4$ , 求  $CD$  的长.



25. (本题满分 8 分) 如图, 已知抛物线  $W_1: y = ax^2 + bx - 2$  与  $x$  轴交于  $A, D$  两点,  $AD=5$ , 点  $A$  在直线  $l: y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$  上.

(1) 求抛物线  $W_1$  的解析式;

(2) 将抛物线  $W_1$  沿  $x$  轴翻折后得到抛物线  $W_2$ ,  $W_2$  与直线  $l$  交于  $A, B$  两点, 点  $P$  是抛物线  $W_2$  上  $A, B$  之间的一个动点 (不与点  $A, B$  重合),  $PM \perp AB$  于  $M$ ,  $PN \parallel y$  轴交  $AB$  于  $N$ , 求  $MN$  的最大值.



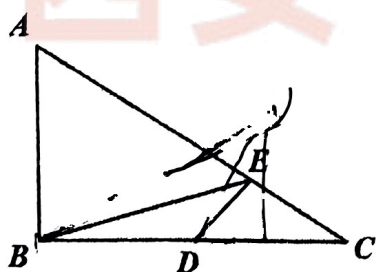
26. (本题满分 10 分)

问题探究

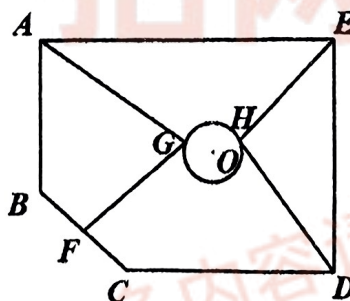
如图①, 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle B=90^\circ$ ,  $AB=6$ ,  $AC=12$ , 点  $D$  是  $BC$  的中点, 点  $E$  是斜边  $AC$  上的任意一点, 连接  $BE, ED$ , 请求出  $BE+DE$  的最小值.

问题解决

图②是某公园的一个五边形人工湖  $ABCDE$ , 已知  $\angle BAE = \angle AED = \angle CDE = 90^\circ$ ,  $AE=300$  米,  $ED=225$  米,  $BC=120$  米,  $F$  为  $BC$  中点, 为更好地提升市民的观景体验, 决定在湖中央修建一个半径为 7.5 米的观景台, 并在人工湖上修建四条栈道  $AG, FG, EH, HD$  (宽度忽略不计), 若修建栈道的造价为 5000 元/米, 为节省资金, 请问应如何设计使得修建栈道的费用最低, 并求出最低费用.



图①



图②