

第四部分

陕西省初中学业水平考试 数学学科试卷示例

示例一

本试卷分为第一部分(选择题)和第二部分(非选择题). 全卷总分 120 分, 测试时间 120 分钟.

第一部分 选择题(共 21 分)

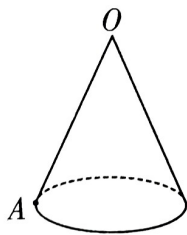
一、选择题(共 7 小题, 每小题 3 分, 计 21 分. 每小题只有一个选项是符合题意的)

1. 计算 $-3 \times (-2)$ 的结果是 ()

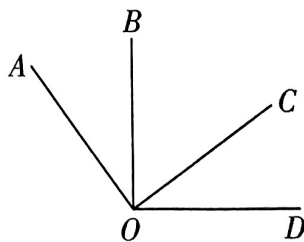
- A. -5 B. -6 C. 5 D. 6

2. 如图, 沿线段 OA 将圆锥的侧面剪开, 展开得到的该圆锥的侧面展开图是 ()

- A. 扇形 B. 正方形 C. 三角形 D. 圆



(第 2 题图)



(第 3 题图)

3. 如图, $\angle AOC = \angle BOD = 90^\circ$, $\angle AOD = 126^\circ$, 则 $\angle BOC$ 的大小为 ()

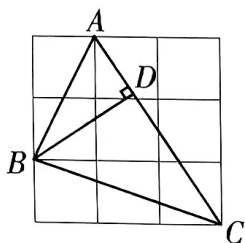
- A. 36° B. 44° C. 54° D. 63°

4. 在平面直角坐标系中, O 为坐标原点. 若直线 $y = x + 3$ 分别与 x 轴、直线 $y = -2x$ 交于点 A, B , 则 $\triangle AOB$ 的面积为 ()

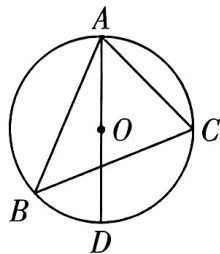
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 6

5. 如图,在 3×3 的网格中,每个小正方形的边长均为 1,点 A, B, C 都在格点上.若 BD 是 $\triangle ABC$ 的高,则 BD 的长为 ()

- A. $\frac{10}{13}\sqrt{13}$ B. $\frac{9}{13}\sqrt{13}$ C. $\frac{8}{13}\sqrt{13}$ D. $\frac{7}{13}\sqrt{13}$



(第 5 题图)



(第 6 题图)

6. 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, AD 是 $\odot O$ 的直径. 若 $\angle CAD = \angle B$, $AD = 8$, 则 AC 的长为 ()

- A. 5 B. $4\sqrt{2}$ C. $5\sqrt{2}$ D. $4\sqrt{3}$

7. 已知二次函数 $y = x^2 - 2x - 3$ 的自变量 x_1, x_2, x_3 对应的函数值分别为 y_1, y_2, y_3 . 当 $-1 < x_1 < 0, 1 < x_2 < 2, x_3 > 3$ 时, y_1, y_2, y_3 三者之间的大小关系是 ()

- A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_2 < y_3 < y_1$ C. $y_3 < y_1 < y_2$ D. $y_2 < y_1 < y_3$

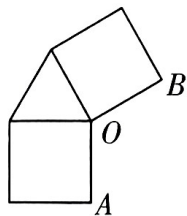
第二部分 非选择题(共 99 分)

二、填空题(共 6 小题,每小题 3 分,计 18 分)

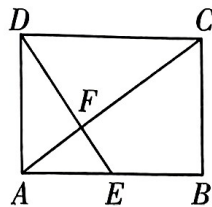
8. 若点 A 在数轴上表示的数是 3, 将点 A 向左平移 7 个单位长度, 正好与点 B 重合, 则点 B 表示的数是_____.

9. 分解因式: $a^3 - 2a^2b + ab^2 =$ _____.

10. 如图是工人师傅用边长均为 a 的两块正方形和一块正三角形地砖绕着点 O 进行的铺设. 若将一块边长为 a 的正多边形地砖恰好能无空隙、不重叠地拼在 $\angle AOB$ 处, 则这块正多边形地砖的边数是_____.



(第 10 题图)

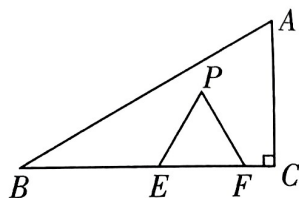


(第 11 题图)

11. 如图,在矩形 $ABCD$ 中,点 E 是边 AB 的中点,连接 DE 交对角线 AC 于点 F , 若 $AB = 4, AD = 3$, 则 CF 的长为_____.

12. 已知点 $A(-2, m)$ 在一个反比例函数的图象上, 点 A' 与点 A 关于 y 轴对称. 若点 A' 在正比例函数 $y = \frac{1}{2}x$ 的图象上, 则这个反比例函数的表达式为_____.

13. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $AB = 8$. 若 E, F 是 BC 边上的两个动点, 以 EF 为边的等边三角形 EFP 的顶点 P 在 $\triangle ABC$ 内部或边上, 则等边三角形 EFP 的周长的最大值为_____.



(第13题图)

三、解答题(共14小题, 计81分. 解答应写出过程)

14. (本题满分4分)

计算: $|-3| - (\sqrt{7} + 1)^0 - 2^2$.

15. (本题满分4分)

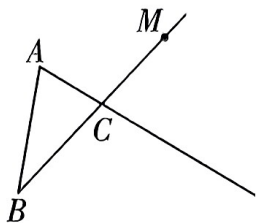
求不等式 $\frac{2x+3}{4} > x-1$ 的正整数解.

16. (本题满分4分)

化简: $\left(\frac{1}{a-3} - \frac{1}{a^2-9}\right) \div \frac{2a+4}{a+3}$.

17. (本题满分 4 分)

如图,已知 $\triangle ABC$, M 是边 BC 延长线上一定点,请用尺规作图法,在边 AC 的延长线上求作一点 P ,使 $\angle CPM = \angle B$. (保留作图痕迹,不写作法)

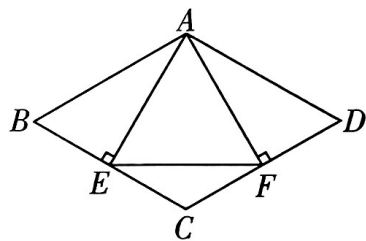


(第 17 题图)

18. (本题满分 4 分)

如图,在菱形 $ABCD$ 中, $AE \perp BC$ 于点 E , $AF \perp CD$ 于点 F ,连接 EF .

求证: $AE = AF$.



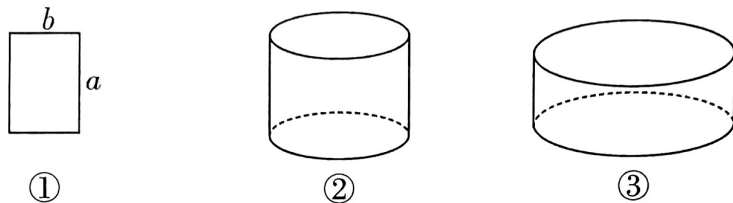
(第 18 题图)

19. (本题满分 5 分)

小红在一家文具店买了一种大笔记本 4 个和一种小笔记本 6 个,共用了 62 元.已知她买的这种大笔记本的单价比这种小笔记本的单价多 3 元,求该文具店中这种大笔记本的单价.

20. (本题满分 5 分)

如图①,是一张长方形纸片,它的长和宽分别为 a 和 b ($a > b$),将这张长方形纸片分别以它的长和宽所在直线为轴旋转一周,得到两个圆柱(如图②、图③). 试猜想哪个圆柱的体积更大,并通过计算证明自己的猜想. ($V_{\text{圆柱}} = \pi r^2 h$)



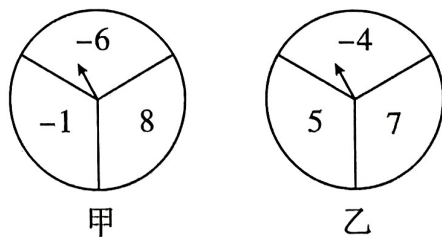
(第 20 题图)

21. (本题满分 5 分)

如图,甲、乙两个可以自由转动的转盘分别被分成三个面积相等的扇形,转盘甲的扇形上分别标有数字 $-6, -1, 8$,转盘乙的扇形上分别标有数字 $-4, 5, 7$ (两个转盘除标有的数字不同外,其他完全相同). 转动转盘,待转盘自动停止后,其指针指向一个扇形的内部,则该扇形内的数字即为指针指向的数字(若指针恰好停留在分界线上,则重新转一次).

(1) 转动转盘甲,转盘甲的指针指向负数的概率是_____;

(2) 分别转动甲、乙两个转盘,待转盘自动停止后,记录各指针指向的数字,请用列表或画树状图的方法,求记录的两数字之和为正数的概率.

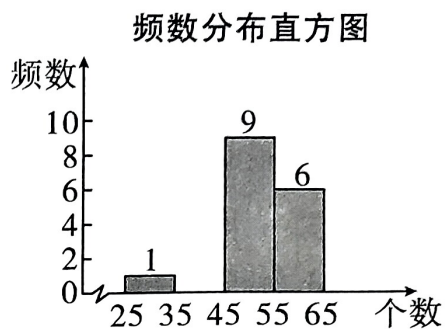


(第 21 题图)

22. (本题满分6分)

某校数学兴趣小组的同学们从“校园农场”中随机抽取了20棵西红柿植株,并统计了每棵植株上小西红柿的个数.其数据如下:28,36,37,39,42,45,46,47,48,50,54,54,54,54,55,60,62,62,63,64.通过对以上数据的分析整理,绘制了统计图表:

分组	频数	组内小西红柿的总个数
$25 \leq x < 35$	1	28
$35 \leq x < 45$	n	154
$45 \leq x < 55$	9	452
$55 \leq x < 65$	6	366



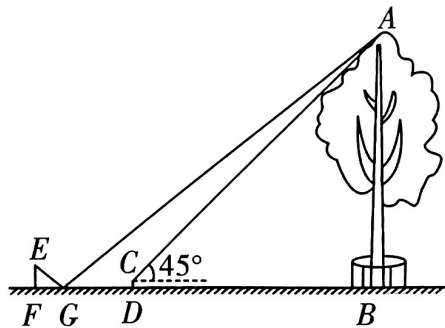
(第22题图)

根据以上信息,解答下列问题:

- (1) 补全频数分布直方图,这20个数据的众数是_____;
- (2) 求这20个数据的平均数;
- (3) “校园农场”中共有300棵这种西红柿植株,请估计这300棵西红柿植株上小西红柿的总个数.

23. (本题满分7分)

小明想利用刚学过的测量知识来测量学校内一棵古树的高度. 一天下午, 他和学习小组的同学带着测量工具来到这棵古树前, 由于有围栏保护, 他们无法到达古树的底部 B , 如图所示. 于是, 他们先在古树周围的空地上选择了一点 D , 并在点 D 处安装了测倾器 DC , 测得古树的顶端 A 的仰角为 45° ; 再在 BD 的延长线上确定一点 G , 使 $DG = 5$ m, 并在 G 处的地面上水平放置了一个小平面镜, 小明沿 BG 方向移动, 当移动到点 F 时, 他刚好在小平面镜内看到这棵古树的顶端 A 的像, 此时, 测得 $FG = 2$ m, 小明眼睛与地面的距离 $EF = 1.6$ m, 测倾器的高 $CD = 0.5$ m. 已知点 F, G, D, B 在同一水平直线上, 且 EF, CD, AB 均垂直于 FB , 求这棵古树的高 AB . (小平面镜的大小忽略不计)



(第23题图)

24. (本题满分7分)

经验表明, 树在一定的成长阶段, 其胸径(树的主干在地面以上1.3 m处的直径)越大, 树就越高. 通过对某种树进行测量研究, 发现这种树的树高 y (m) 是其胸径 x (m) 的一次函数. 已知这种树的胸径为0.2 m时, 树高为20 m; 这种树的胸径为0.28 m时, 树高为22 m.

(1) 求 y 与 x 之间的函数表达式;

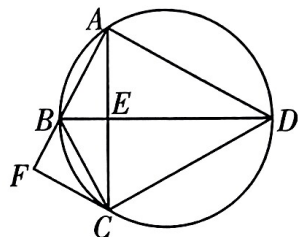
(2) 当这种树的胸径0.3 m时, 其树高是多少?

25. (本题满分 8 分)

如图,圆内接四边形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 交于点 E, BD 平分 $\angle ABC, \angle BAC = \angle ADB$.

(1) 求证: BD 是圆的直径;

(2) 过点 C 作 $CF \parallel AD$ 交 AB 的延长线于点 F , 若 $AC = AD, BF = 2$, 求此圆的半径长.



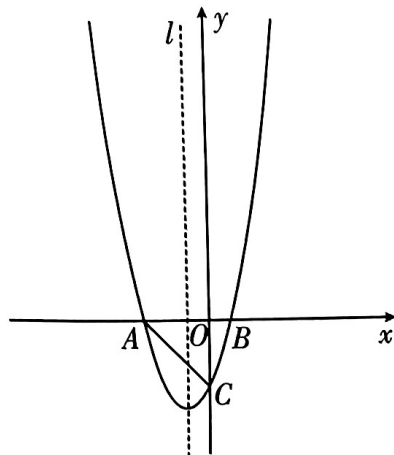
(第 25 题图)

26. (本题满分 8 分)

如图,抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过点 $(3, 12)$ 和 $(-2, -3)$, 与两坐标轴的交点分别为 A, B, C , 它的对称轴为直线 l .

(1) 求该抛物线的表达式;

(2) P 是该抛物线上的点, 过点 P 作 l 的垂线, 垂足为 D, E 是 l 上的点. 要使以 P, D, E 为顶点的三角形与 $\triangle AOC$ 全等, 求满足条件的点 P 、点 E 的坐标.



(第 26 题图)

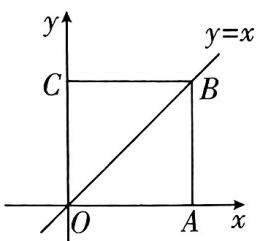
27. (本题满分 10 分)

如图①,在平面直角坐标系中,正方形 $OABC$ 的顶点 A 在 x 轴的正半轴上. 如图②,将正方形 $OABC$ 绕点 O 逆时针旋转,旋转角为 $\alpha(0^\circ < \alpha < 45^\circ)$, AB 交直线 $y = x$ 于点 E , BC 交 y 轴于点 F .

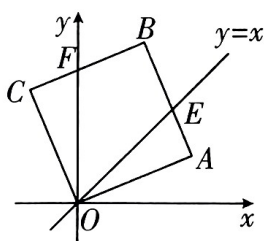
(1) 当旋转角 $\angle COF$ 为多少度时, $OE = OF$? (直接写出结果,不要求写解答过程)

(2) 若点 $A(4,3)$, 求 FC 的长;

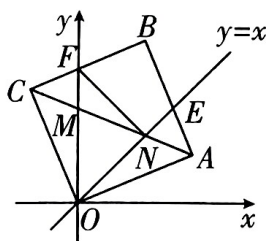
(3) 如图③, 对角线 AC 交 y 轴于点 M , 交直线 $y = x$ 于点 N , 连接 FN . 将 $\triangle OFN$ 与 $\triangle OCF$ 的面积分别记为 S_1 与 S_2 . 设 $S = S_1 - S_2$, $AN = n$, 求 S 关于 n 的函数表达式.



①



②



③

(第 27 题图)

示例二

本试卷分为第一部分(选择题)和第二部分(非选择题). 全卷总分 120 分, 测试时间 120 分钟.

第一部分 选择题(共 24 分)

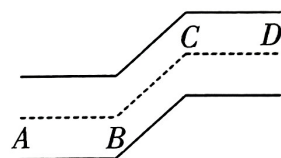
一、选择题(共 8 小题, 每小题 3 分, 计 24 分. 每小题只有一个选项是符合题意的)

1. 16 的算术平方根是 ()

- A. -4 B. 4 C. -8 D. 8

2. 如图, 街道 AB 与 CD 平行, 拐角 $\angle ABC = 137^\circ$, 则拐角 $\angle BCD$ 的大小为 ()

- A. 43° B. 53°
C. 107° D. 137°



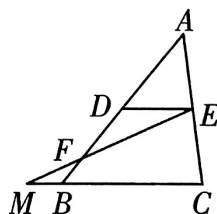
(第 2 题图)

3. 计算: $(-4x^3y) \cdot \frac{1}{2}x^2y^3 =$ ()

- A. $-2x^5y^4$ B. $2x^5y^4$ C. $-2x^6y^3$ D. $2x^6y^3$

4. 如图, DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线, 点 F 在 DB 上, $DF = 2BF$, 连接 EF 并延长, 与 CB 的延长线相交于点 M . 若 $BC = 6$, 则线段 CM 的长为 ()

- A. $\frac{13}{2}$ B. 7
C. $\frac{15}{2}$ D. 8



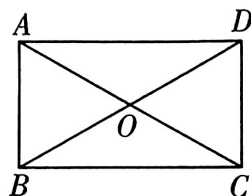
(第 4 题图)

5. 若一次函数 $y = kx + b$ 的图象经过点 $(-2, 1)$, 且 y 的值随 x 值的增大而增大, 则 b 的值可以是 ()

- A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

6. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AD = 6$, 对角线 AC 与 BD 交于点 O . 若 $AB = AO$, 则 AC 的长为 ()

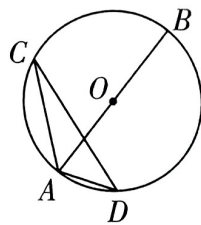
- A. $3\sqrt{3}$ B. $4\sqrt{3}$
C. 9 D. 10



(第 6 题图)

7. 如图, 在 $\odot O$ 中, 直径 AB 与弦 CD 相交, 连接 AC, AD . 若 $\angle BAC = 50^\circ$, 则 $\angle ADC$ 的大小为 ()

- A. 70° B. 60°
 C. 50° D. 40°



(第7题图)

8. 对于抛物线 $y = ax^2 + (2a - 1)x + a - 3$, 当 $x = 1$ 时, $y > 0$, 则这条抛物线的顶点一定在 ()

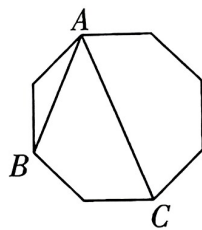
- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

第二部分 非选择题(共96分)

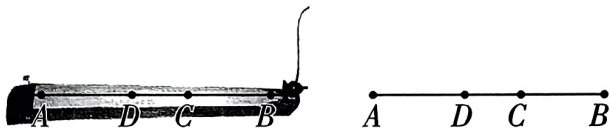
二、填空题(共5小题,每小题3分,计15分)

9. 在实数 $-4, 0, \sqrt{8}, \pi, \frac{7}{2}$ 中, 无理数有 _____ 个.

10. 如图, 在正八边形中, 对角线 AB 与 AC 的比值为 _____ . (第10题图)



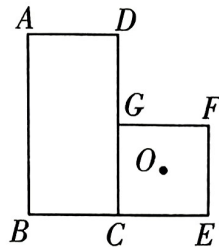
11. 如图, 乐器上的一根弦 $AB = 80$ cm, 两个端点 A, B 固定在乐器面板上, 支撑点 C 是靠近点 B 的黄金分割点, 支撑点 D 是靠近点 A 的黄金分割点, 则支撑点 C, D 之间的距离为 _____ cm.



(第11题图)

12. 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(3, 3)$, $AB \perp x$ 轴, 垂足为 B . 若一个反比例函数的图象与线段 AB 有交点, 则这个反比例函数的表达式可以为 _____ . (写出一个即可)

13. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4, BC = 2$, 延长 BC 至 E , 使 $CE = BC$, 以 CE 为边向上方作正方形 $CEFG$, O 为正方形 $CEFG$ 的中心. 若过点 O 的一条直线平分该组合图形的面积, 并分别交 AB, EF 于点 M, N , 则线段 MN 的长为 _____ .



(第13题图)

三、解答题(共13小题,计81分. 解答应写出过程)

14. (本题满分5分)

计算: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - \sqrt{2} \times \sqrt{6} - |\sqrt{3} - 2|$.

15. (本题满分 5 分)

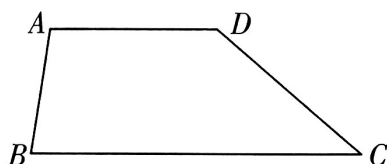
解不等式: $2 - 3(x - 1) > 6$.

16. (本题满分 5 分)

解方程: $\frac{x}{x-1} = \frac{2}{x} + 1$.

17. (本题满分 5 分)

如图, 已知四边形 $ABCD$, $AD \parallel BC$. 请用尺规作图法, 在边 AD 上求作一点 E , 在边 BC 上求作一点 F , 使四边形 $BFDE$ 为菱形. (保留作图痕迹, 不写作法)

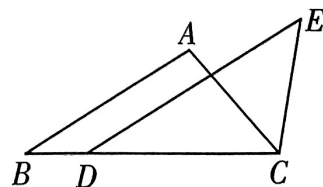


(第 17 题图)

18. (本题满分 5 分)

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 BC 上, $CD = AB$, $DE \parallel AB$, $\angle DCE = \angle A$.

求证: $DE = BC$.



(第 18 题图)

19. (本题满分 5 分)

一家商店在销售某种服装(每件的标价相同)时,按这种服装每件标价的 8 折销售 10 件的销售额,与按这种服装每件的标价降低 30 元销售 11 件的销售额相等.求这种服装每件的标价.

20. (本题满分 5 分)

某超市为回馈广大消费者,在开业周年之际举行摸球抽奖活动.在一个不透明的口袋中装有 1 个白球和 2 个红球,这些球除颜色外都相同.

(1)从袋中随机摸出一个球,则摸出的这个球是红球的概率为_____;

(2)活动设置了一等奖和二等奖两个奖项,一等奖的获奖率低于二等奖.摸球规则如下:先从袋中随机摸出一个球,不放回,再从袋中剩余的两个球中随机摸出一个球.规定摸出颜色不同的两球和摸出颜色相同的两球分别对应不同奖项.请分别写出它们对应的奖项,并说明理由.

21. (本题满分6分)

某数学兴趣小组测量校园内一棵古树(古树四周有栅栏)高度的活动报告如下:

活动报告

活动目的	测量古树的高度(古树底部不能到达)				
活动过程	步骤一:设计测量方案(小组讨论后,画出如图的测量示意图)				
	步骤二:准备测量工具	皮尺、测倾器			
	步骤三:实地测量并记录数据 (AB, CD 为同一人眼睛到地面的距离, $AB = CD$)	项目	第一次	第二次	平均值
		α	27°	26.2°	26.6°
		β	38.4°	39°	38.7°
	AB	1.62 m	1.58 m	1.6 m	
	BD	4.5 m	5.1 m	a m	
步骤四:计算古树的高度 EG					

请结合以上信息解答下列问题:

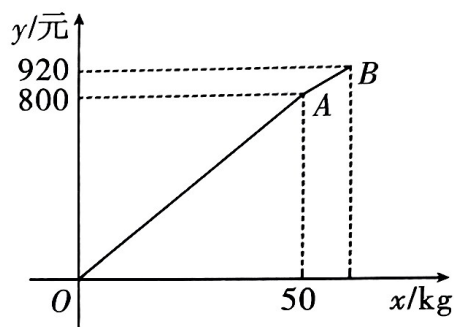
(1) 表格中 a 的值为_____;

(2) 请完成步骤四:计算古树的高度 EG . (参考数据: $\sin 26.6^\circ \approx 0.45$, $\cos 26.6^\circ \approx 0.89$, $\tan 26.6^\circ \approx 0.50$, $\sin 38.7^\circ \approx 0.63$, $\cos 38.7^\circ \approx 0.78$, $\tan 38.7^\circ \approx 0.80$)

22. (本题满分 7 分)

猕猴桃富含维生素 C, 口感酸甜, 深受人们喜爱. 某商店以每千克 10 元的价格购进某种猕猴桃, 销售了一部分后, 将剩余的猕猴桃每千克降价 4 元进行促销, 全部售完. 销售金额 y (元) 与销售量 x (kg) 之间的关系如图所示.

- (1) 降价前猕猴桃的售价为每千克_____元;
- (2) 求直线 AB 的函数表达式;
- (3) 求该商店这次销售这种猕猴桃获得的总利润.



(第 22 题图)

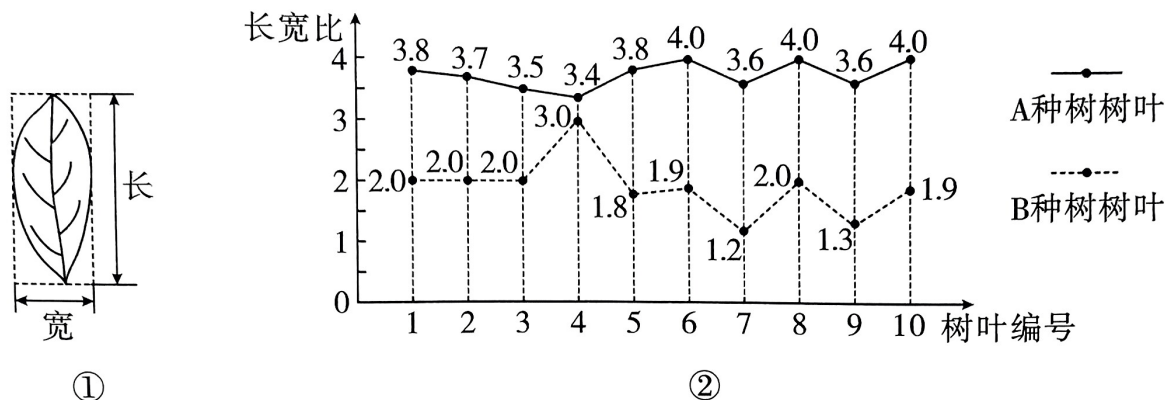
23. (本题满分7分)

问题情境

数学活动课上,老师带领同学们开展“利用树叶的特征对树木进行分类”的实践活动.

实践发现

同学们随机收集 A 种树、B 种树的树叶各 10 片,测量这些树叶的长和宽(如图①),分别计算每片树叶的长宽比,整理数据如图②:



(第23题图)

实践探究

分析数据如下:

	平均数	中位数	众数
A 种树叶的长宽比	3.74	m	4.0
B 种树叶的长宽比	1.91	1.95	n

问题解决

(1) 上述表格中: $m =$ _____, $n =$ _____;

(2) 在收集的树叶中,如果某种树叶的长宽比的方差越小,则认为该种树叶的形状差异越小. 据此推断:在 A 种树、B 种树中,树叶形状差异较大的是 _____ (填“A 种树”或“B 种树”);

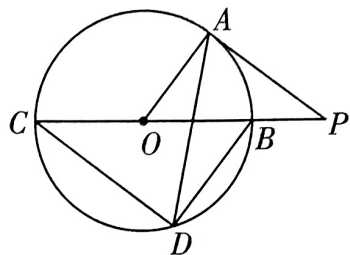
(3) 现有一片长 11 cm、宽 5.6 cm 的树叶,请判断这片树叶更可能来自于 A 种树还是 B 种树,并说明理由.

24. (本题满分 8 分)

如图, $\odot O$ 的半径 $OA = 6$, 过点 A 作 $\odot O$ 的切线 AP , 且 $AP = 8$. 连接 PO 并延长, 与 $\odot O$ 交于点 B, C , 过点 B 作 $BD \parallel OA$, 与 $\odot O$ 交于点 D , 连接 AD, CD .

(1) 求证: $CD \parallel AP$;

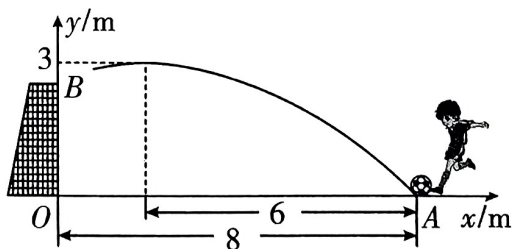
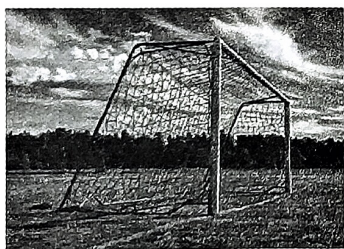
(2) 求 AD 的长.



(第 24 题图)

25. (本题满分 8 分)

在一次足球训练中, 小明练习射门, 球射向球门的路线呈抛物线. 如图所示, 小明从球门底部 O 正前方 8 m 的 A 处射门, 现以 O 为原点, 以 OA 所在直线为 x 轴, 以球门高 OB 所在直线为 y 轴建立平面直角坐标系. 当球飞行的水平距离为 6 m 时, 球达到最高点, 此时球离地面 3 m. 已知球门高 OB 为 2.44 m.



(第 25 题图)

(1) 求抛物线的函数表达式, 并通过计算判断球能否射进球门(忽略其他因素);

(2) 对本次训练结果进行分析, 若球射向球门的路线的形状、最大高度均保持不变, 则当时他应该带球向正后方移动多少米射门, 才能让足球经过点 O 正上方 2.25 m 处射进球门?

26. (本题满分 10 分)

问题提出

(1) 如图①, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC > BC$, $\angle ACB$ 的平分线交 AB 于点 D , 过点 D 分别作 $DE \perp AC$, $DF \perp BC$, 垂足分别为点 E, F , 则图①中与线段 CE 相等的线段是_____.

问题探究

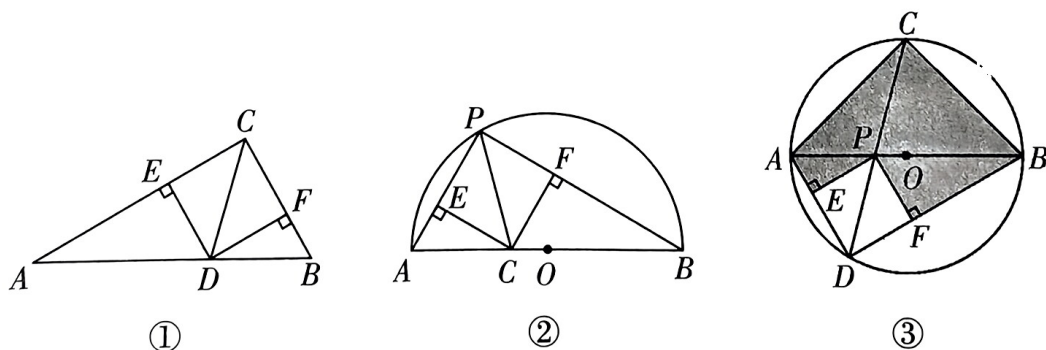
(2) 如图②, AB 是半圆 O 的直径, $AB = 8$. P 是 \widehat{AB} 上一点, 且 $\widehat{PB} = 2\widehat{PA}$, 连接 AP, BP . $\angle APB$ 的平分线交 AB 于点 C , 过点 C 分别作 $CE \perp AP$, $CF \perp BP$, 垂足分别为点 E, F , 求线段 CF 的长.

问题解决

(3) 如图③, 是某公园内“少儿活动中心”的设计示意图. 已知 $\odot O$ 的直径 $AB = 70$ m, 点 C 在 $\odot O$ 上, 且 $CA = CB$. P 为 AB 上一点, 连接 CP 并延长, 交 $\odot O$ 于点 D , 连接 AD, BD . 过点 P 分别作 $PE \perp AD$, $PF \perp BD$, 垂足分别为点 E, F . 按设计要求, 四边形 $PEDF$ 内部为室内活动区, 阴影部分是户外活动区, 圆内其余部分为绿化区. 设 AP 的长为 x (m), 阴影部分的面积为 y (m^2).

①求 y 与 x 之间的函数关系式;

②按照“少儿活动中心”的设计要求, 发现当 AP 的长度为 30 m 时, 整体布局比较合理. 试求当 $AP = 30$ m 时, 室内活动区(四边形 $PEDF$) 的面积.



(第 26 题图)

示例三

本试卷分为第一部分(选择题)和第二部分(非选择题). 全卷总分 120 分, 测试时间 120 分钟.

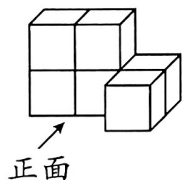
第一部分 选择题(共 21 分)

一、选择题(共 7 小题, 每小题 3 分, 计 21 分. 每小题只有一个选项是符合题意的)

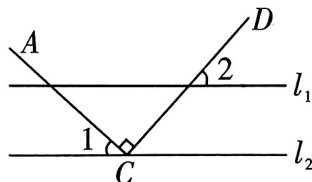
1. $-\frac{1}{2}$ 的倒数是 ()

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. -1 D. -2

2. 如图, 是由 6 个大小相同的正方体搭成的几何体, 该几何体的主视图是 ()



(第 2 题图)



(第 3 题图)

3. 如图, 直线 $l_1 \parallel l_2$, 点 C 在直线 l_2 上, $AC \perp CD$. 若 $\angle 1 = 42^\circ$, 则 $\angle 2$ 的大小为 ()

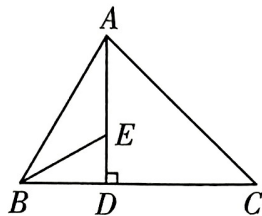
- A. 42° B. 48° C. 58° D. 68°

4. 若将直线 $y = kx + 1$ (k 为常数, $k \neq 0$) 向左平移 3 个单位长度后经过原点, 则 k 的值为 ()

- A. $-\frac{1}{3}$ B. $-\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = 8$, $\angle ABC = 60^\circ$, $\angle C = 45^\circ$, $AD \perp BC$, 垂足为 D , $\angle ABC$ 的平分线交 AD 于点 E , 则 AE 的长为 ()

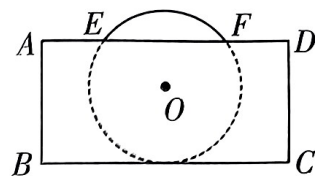
- A. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{8\sqrt{2}}{3}$
C. $2\sqrt{2}$ D. $3\sqrt{2}$



(第 5 题图)

6. 把球放在长方体纸盒内,球的一部分露出盒外,其截面如图所示. 若 $EF = CD = 4$ cm,则球的半径为 ()

- A. 2 cm
- B. 2.5 cm
- C. $\sqrt{3}$ cm
- D. $2\sqrt{2}$ cm



(第6题图)

7. 已知抛物线 $y = x^2 - 2mx - 4$ ($m > 0$) 的顶点 M 关于坐标原点 O 的对称点为 M' . 若点 M' 在这条抛物线上,则点 M 的坐标为 ()

- A. (1, -5)
- B. (3, -13)
- C. (2, -8)
- D. (4, -20)

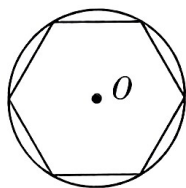
第二部分 非选择题(共99分)

二、填空题(共5小题,每小题3分,计15分)

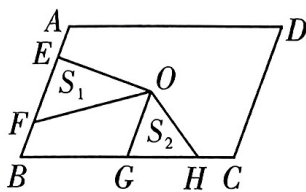
8. 比较大小: 3 _____ $\sqrt{7}$. (填“>”“<”或“=”)

9. 计算: $(-2x^2)^3 =$ _____.

10. 刘徽是中国古代卓越的数学家之一,他在《九章算术》中提出了“割圆术”,即用圆的内接正多边形的面积无限逼近圆的面积并以此求取圆周率的方法. 如图, $\odot O$ 的半径为2,若用 $\odot O$ 的内接正六边形的面积来估计 $\odot O$ 的面积,则 $\odot O$ 的面积与其内接正六边形的面积的差值为_____.



(第10题图)



(第12题图)

11. 已知点 $(3, a)$, $(4, b)$ 均在反比例函数 $y = \frac{k-2}{x}$ 的图象上. 若 $a > b$,则 k 的取值范围是_____.

12. 如图,点 O 是 $\square ABCD$ 的对称中心, $AD > AB$, E, F 是 AB 边上的点,且 $EF = \frac{1}{2}AB$; G, H 是 BC 边上的点,且 $GH = \frac{1}{3}BC$. 若 S_1, S_2 分别表示 $\triangle EOF$ 和 $\triangle GOH$ 的面积,则 S_1 与 S_2 之间的等量关系是_____.

三、解答题(共 13 小题,计 84 分. 解答应写出过程)

13. (本题满分 5 分)

计算: $\sqrt{20} - \left(-\frac{1}{7}\right)^0 + (1 - \sqrt{5})^2$.

14. (本题满分 5 分)

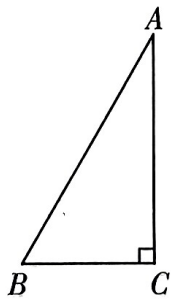
解不等式组:
$$\begin{cases} x > \frac{3x+1}{2}, \\ 5x-3 < 5+x. \end{cases}$$

15. (本题满分 5 分)

先化简,再求值: $\left(1 - \frac{2}{m+2}\right) \div \frac{2m-4}{m^2-4}$, 其中 $m = -\frac{1}{2}$.

16. (本题满分 5 分)

如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$. 请用尺规作图法,在 AC 边上求作一点 D ,使点 D 到 AB 边的距离等于 DC 长.(保留作图痕迹,不写作法)

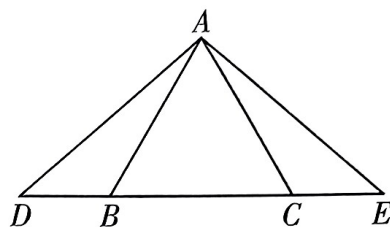


(第 16 题图)

17. (本题满分5分)

如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形, 点 D, E 分别在 CB, BC 的延长线上, $DB = EC$.

求证: $\angle D = \angle E$.



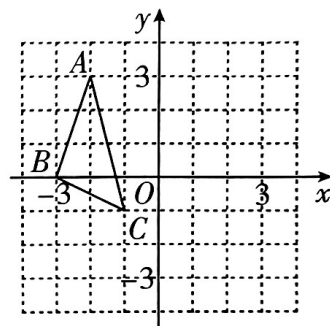
(第17题图)

18. (本题满分5分)

如图, $\triangle ABC$ 的顶点坐标分别为 $A(-2, 3), B(-3, 0), C(-1, -1)$. 将 $\triangle ABC$ 平移后得到 $\triangle A'B'C'$, 且点 A 的对应点是 $A'(2, 3)$, 点 B, C 的对应点分别是 B', C' .

(1) 点 A, A' 之间的距离是_____;

(2) 请在图中画出 $\triangle A'B'C'$.



(第18题图)

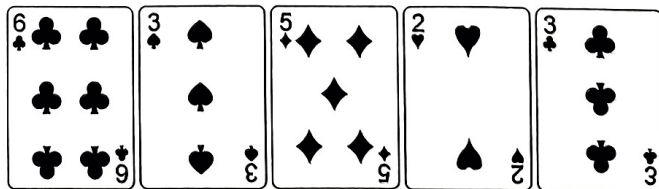
19. (本题满分5分)

从同一副扑克牌中选出如图所示的五张牌, 将其背面朝上, 洗匀.

(1) 若从这五张牌中随机抽出一张牌, 则抽到的这张牌的牌面花色是()的可能性最大;

A. ♠(黑桃) B. ♥(红心) C. ♣(梅花) D. ♦(方块)

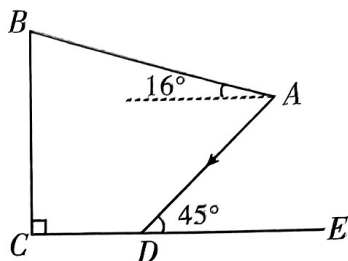
(2) 小明从这五张牌中随机抽出一张牌, 不放回, 再随机抽出一张牌, 请用画树状图或列表的方法, 求小明抽出的这两张牌上的牌面数字之积为奇数的概率.



(第19题图)

20. (本题满分6分)

某社区为了便于居民休憩,在文化活动室墙外安装遮阳篷.如图所示是遮阳篷的侧面示意图,其中遮阳篷的宽 AB 为 5 m,且与水平面的夹角为 16° ,它靠墙端 B 距离地面高度 BC 为 4 m.若太阳光线 AD 与地面 CE 的夹角为 45° ,求阴影 CD 的长.
(结果精确到 0.1 m;参考数据: $\sin 16^\circ \approx 0.28$, $\cos 16^\circ \approx 0.96$, $\tan 16^\circ \approx 0.29$)



(第20题图)

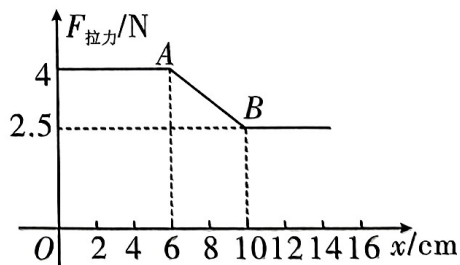
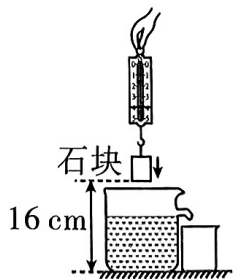
21. (本题满分6分)

在测浮力的实验中,将一长方体石块由玻璃器皿的上方,向下缓慢移动浸入水中的过程中,弹簧测力计的示数 $F_{\text{拉力}}$ (N) 与石块下降的高度 x (cm) 之间的关系如图所示.

(1) 求 AB 所在直线的函数表达式;

(2) 当石块下降的高度为 8 cm 时,求此刻该石块所受浮力的大小.

(提示:当石块位于水面上方时, $F_{\text{拉力}} = G_{\text{重力}}$;当石块入水后, $F_{\text{拉力}} = G_{\text{重力}} - F_{\text{浮力}}$)



(第21题图)

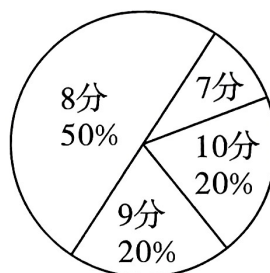
22. (本题满分7分)

端午节是中国的传统节日,民间有端午节吃粽子的习俗.在端午节来临之际,某校七、八年级开展了一次“包粽子”实践活动,并对学生的活动情况按10分制进行评分,成绩(单位:分)均为不低于6的整数.为了解这次活动的效果,现从这两个年级各随机抽取50名学生的活动成绩作为样本进行整理,并绘制统计图表,部分信息如下:

七年级50名学生活动成绩统计表

成绩/分	6	7	8	9	10
人数	5	10	a	b	10

八年级50名学生活动成绩扇形统计图



(第22题图)

已知七年级50名学生活动成绩的中位数为8.5分.

请根据以上信息,完成下列问题:

(1) 填空: $a =$ _____, $b =$ _____;

(2) 样本中,八年级活动成绩为7分的学生有 _____ 名,八年级活动成绩的众数为 _____ 分;

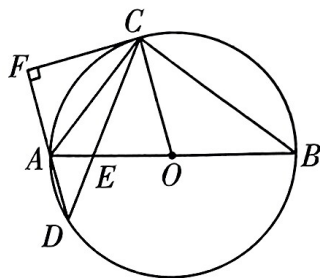
(3) 若活动成绩不低于9分为“优秀”,根据样本数据可知,七年级的优秀率为50%,八年级的优秀率为40%.请判断本次活动中优秀率高的年级是否平均成绩也高,并说明理由.

23. (本题满分 8 分)

如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, AB 为直径. 连接 CO , 作 $\angle OCD = \angle OCB$, CD 交 $\odot O$ 于点 D , 交 AB 于点 E , 连接 DA , 作 $CF \perp DA$, 交 DA 的延长线于点 F .

(1) 求证: CF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\odot O$ 的半径为 5, $\sin B = \frac{3}{5}$, 求 CF 的长.



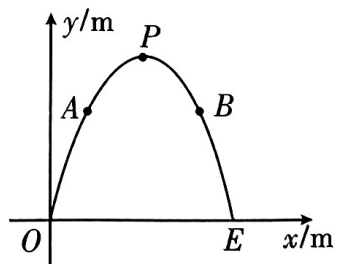
(第 23 题图)

24. (本题满分 10 分)

现要修建一条隧道, 其截面为抛物线型, 如图所示, 线段 OE 表示水平的路面, 以 O 为坐标原点, 以 OE 所在直线为 x 轴, 以过点 O 垂直于 x 轴的直线为 y 轴, 建立平面直角坐标系. 根据设计要求: $OE = 10$ m, 该抛物线的顶点 P 到 OE 的距离为 9 m.

(1) 求满足设计要求的抛物线的函数表达式;

(2) 现需在这一隧道内壁上安装照明灯, 如图所示, 即在该抛物线上的点 A, B 处分别安装照明灯. 已知点 A, B 到 OE 的距离均为 6 m, 求点 A, B 的坐标.



(第 24 题图)

25. (本题满分 12 分)

问题提出

(1) 如图①, AD 是等边 $\triangle ABC$ 的中线, 点 P 在 AD 的延长线上, 且 $AP = AC$, 则 $\angle APC$ 的度数为_____.

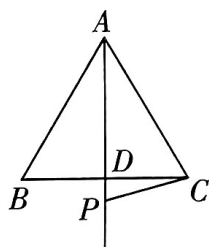
问题探究

(2) 如图②, 在 $\triangle ABC$ 中, $CA = CB = 6$, $\angle C = 120^\circ$. 过点 A 作 $AP \parallel BC$, 且 $AP = BC$, 过点 P 作直线 $l \perp BC$, 分别交 AB 、 BC 于点 O 、 E , 求四边形 $OECA$ 的面积.

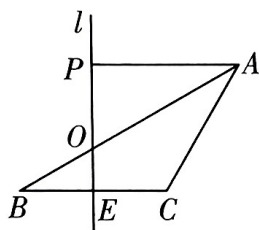
问题解决

(3) 如图③, 现有一块 $\triangle ABC$ 型板材, $\angle ACB$ 为钝角, $\angle BAC = 45^\circ$. 工人师傅想用这块板材裁出一个 $\triangle ABP$ 型部件, 并要求 $\angle BAP = 15^\circ$, $AP = AC$. 工人师傅在这块板材上的作法如下:

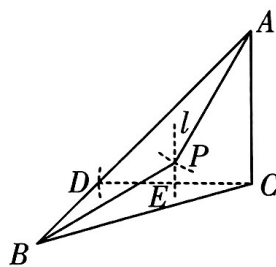
- i) 以点 C 为圆心, 以 CA 长为半径画弧, 交 AB 于点 D , 连接 CD ;
 - ii) 作 CD 的垂直平分线 l , 与 CD 交于点 E ;
 - iii) 以点 A 为圆心, 以 AC 长为半径画弧, 交直线 l 于点 P , 连接 AP 、 BP , 得 $\triangle ABP$.
- 请问, 若按上述作法, 裁得的 $\triangle ABP$ 型部件是否符合要求? 请证明你的结论.



①



②



③

(第 25 题图)

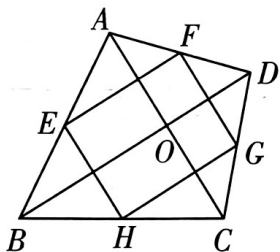
专题三 综合性问题·达标练习

1. B

2. 解:(1) 三角形中位线定理(或三角形的中位线平行于第三边,且等于第三边的一半);

平行四边形的定义(或两组对边分别平行的四边形叫做平行四边形);

(2) 如图,画四边形 $ABCD$,且 $AC \perp BD$ 于点 O ,点 E, H, G, F 分别是边 AB, BC, CD, DA 的中点,顺次连接 E, H, G, F ,则四边形 $EFGH$ 即为所求;



(第2题答案图)

(3) 瓦里尼翁平行四边形 $EFGH$ 的周长等于 $AC + BD$,理由如下:

\because 四边形 $EFGH$ 是瓦里尼翁平行四边形,

\therefore 点 E, F, G, H 分别是边 AB, BC, CD, DA 的中点,

$$\therefore EF = GH = \frac{1}{2}AC, EH = FG = \frac{1}{2}BD.$$

\therefore 瓦里尼翁平行四边形 $EFGH$ 的周长

$$= EF + FG + GH + EH = \frac{1}{2}AC + \frac{1}{2}BD +$$

$$\frac{1}{2}AC + \frac{1}{2}BD = AC + BD.$$

第四部分

示例一

一、选择题(共7小题,每小题3分,计21分.每小题只有一个选项是符合题意的)

题号	1	2	3	4	5	6	7
选项	D	A	C	B	D	B	D

二、填空题(共6小题,每小题3分,计18分)

8. -4 9. $a(a-b)^2$ 10. 6 11. $\frac{10}{3}$

12. $y = -\frac{2}{x}$ 13. $6\sqrt{3}$

三、解答题(共14小题,计81分.解答应写出过程)

14. (本题满分4分)

解:原式 $= 3 - 1 - 4 \dots\dots\dots$ (2分)

$= -2. \dots\dots\dots$ (4分)

15. (本题满分4分)

解: $2x + 3 > 4x - 4, \dots\dots\dots$ (1分)

$-2x > -7,$

$x < \frac{7}{2}. \dots\dots\dots$ (3分)

则原不等式的正整数解为 $1, 2, 3.$

$\dots\dots\dots$ (4分)

16. (本题满分4分)

解:原式 $= \left[\frac{1}{a-3} - \frac{1}{(a+3)(a-3)} \right] \cdot$

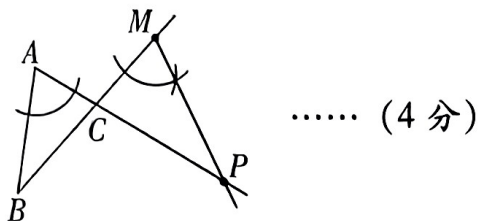
$\frac{a+3}{2(a+2)} \dots\dots\dots$ (2分)

$$= \frac{a+2}{(a+3)(a-3)} \cdot \frac{a+3}{2(a+2)}$$

$$= \frac{1}{2(a-3)} \dots\dots (4 \text{分})$$

17. (本题满分4分)

解:如图,点P为所求.



(第17题答案图)

$$V_1 = \pi \cdot b^2 \cdot a = ab^2\pi.$$

$$V_2 = \pi \cdot a^2 \cdot b = a^2b\pi. \dots\dots (2 \text{分})$$

$$\therefore V_1 - V_2 = ab^2\pi - a^2b\pi$$

$$= ab\pi(b - a). \dots\dots (4 \text{分})$$

$\because a > b, \therefore b - a < 0,$
 $\therefore V_1 - V_2 < 0, \therefore V_1 < V_2,$
 \therefore 图③中的圆柱体积更大. $\dots(5 \text{分})$

18. (本题满分4分)

证明: \because 四边形ABCD是菱形,

$$\therefore AB = AD, \angle B = \angle D.$$

$$\because AE \perp BC, AF \perp CD,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle AFD = 90^\circ, \dots (2 \text{分})$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ADF (AAS),$$

$$\therefore AE = AF. \dots\dots (4 \text{分})$$

21. (本题满分5分)

解:(1) $\frac{2}{3} \dots\dots (2 \text{分})$

(2)列表如下:

甲 \ 乙	甲	-6	-1	8
乙	-4	-10	-5	4
	5	-1	4	13
	7	1	6	15

共有9种等可能的结果,其中记录的两个数字之和为正数的结果有6种,
 $\therefore P = \frac{2}{3}. \dots\dots (5 \text{分})$

19. (本题满分5分)

解:设该文具店中这种大笔记本的单价是x元,

$$\text{依题意得: } 4x + 6(x - 3) = 62, \dots(3 \text{分})$$

解之,得 $x = 8.$

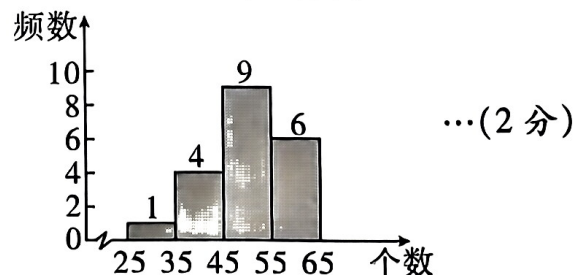
答:该文具店中这种大笔记本的单价为8元. $\dots\dots (5 \text{分})$

22. (本题满分6分)

解:(1)54

补全频数分布直方图如下

频数分布直方图



(第22题答案图)

20. (本题满分5分)

解:图③中的圆柱体积更大.

设图②中的圆柱体积为 V_1 , 图③中的圆柱体积为 V_2 , 则

$$(2) \bar{x} = \frac{1}{20} \times (28 + 154 + 452 + 366) = 50.$$

∴ 这 20 个数据的平均数是 50.

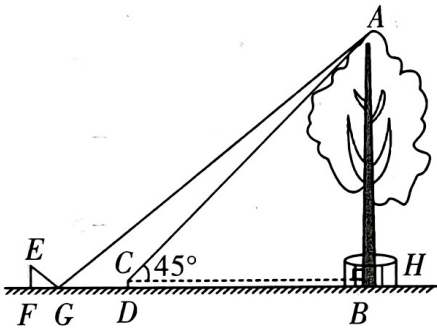
..... (4 分)

(3) 所求总个数: $50 \times 300 = 15\ 000$.

∴ 估计这 300 棵西红柿植株上小西红柿的总个数是 15 000. ... (6 分)

23. (本题满分 7 分)

解: 如图, 过点 C 作 $CH \perp AB$ 于点 H,



(第 23 题答案图)

则 $CH = BD, BH = CD = 0.5$ (1 分)

在 $\text{Rt} \triangle ACH$ 中, $\angle ACH = 45^\circ$,

∴ $AH = CH = BD$.

∴ $AB = AH + BH = BD + 0.5$ (2 分)

∵ $EF \perp FB, AB \perp FB$,

∴ $\angle EFG = \angle ABG = 90^\circ$.

由题意, 易知 $\angle EGF = \angle AGB$,

∴ $\triangle EFG \sim \triangle ABG$ (4 分)

$$\therefore \frac{EF}{AB} = \frac{FG}{BG}, \text{ 即 } \frac{1.6}{BD + 0.5} = \frac{2}{5 + BD} \dots$$

..... (5 分)

解之, 得 $BD = 17.5$ (6 分)

∴ $AB = 17.5 + 0.5 = 18(\text{m})$.

∴ 这棵古树的高 AB 为 18 m. ... (7 分)

24. (本题满分 7 分)

解: (1) 设 $y = kx + b (k \neq 0)$, 根据题

$$\text{意, 得 } \begin{cases} 0.2k + b = 20, \\ 0.28k + b = 22. \end{cases} \text{ 解之, 得 } \begin{cases} k = 25, \\ b = 15. \end{cases}$$

..... (3 分)

∴ $y = 25x + 15$ (4 分)

(2) 当 $x = 0.3$ 时, $y = 25 \times 0.3 + 15 = 22.5$.

∴ 当这种树的胸径为 0.3 m 时, 其树高为 22.5 m. (7 分)

25. (本题满分 8 分)

(1) 证明: ∵ $\angle BAC = \angle ADB$,

$\angle BAC = \angle CDB$,

∴ $\angle ADB = \angle CDB$,

∴ DB 平分 $\angle ADC$.

∵ BD 平分 $\angle ABC$,

∴ $\angle ABD = \angle CBD$ (2 分)

∵ 四边形 $ABCD$ 是圆内接四边形,

∴ $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$,

∴ $\angle ABD + \angle CBD + \angle ADB + \angle CDB = 180^\circ$,

∴ $2(\angle ABD + \angle ADB) = 180^\circ$,

∴ $\angle ABD + \angle ADB = 90^\circ$,

∴ $\angle BAD = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$.

∴ BD 是圆的直径; (4 分)

(2) 解: 由 (1) 知, $\angle ADB = \angle CDB$,

$\angle ABD = \angle CBD$,

又 $BD = BD$,

∴ $\triangle ABD \cong \triangle CBD$.
 ∴ $AD = CD$ (5分)
 ∴ $AC = AD$,
 ∴ $\triangle ACD$ 是等边三角形.
 ∴ $\angle ADC = 60^\circ$.

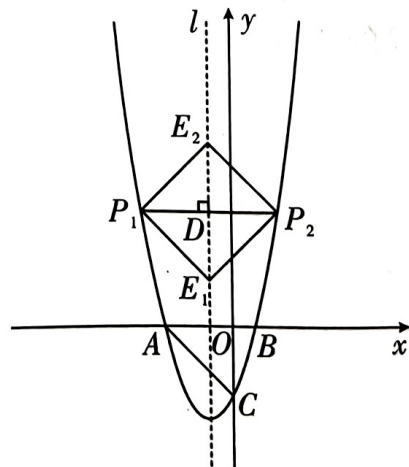
∴ $\angle BAC = \angle ADB = \frac{1}{2} \angle ADC = 30^\circ$.
 设此圆的半径为 r , 则 $BD = 2r$,
 $AB = \frac{1}{2}BD = r, AD = AC = \sqrt{3}r$
 (6分)

∴ $CF \parallel BD$,
 ∴ $\angle F + \angle BAD = 180^\circ$,
 ∴ $\angle F = 90^\circ$.
 ∴ $AF = AC \cdot \cos 30^\circ = \frac{3}{2}r$.
 ∴ $BF = AF - AB = \frac{1}{2}r$.
 ∴ $BF = 2$,
 ∴ 此圆的半径长 r 为 4. (8分)

26. (本题满分 8 分)

解: (1) 将点 $(3, 12)$ 和 $(-2, -3)$ 代入抛物线表达式得 $\begin{cases} 12 = 9 + 3b + c, \\ -3 = 4 - 2b + c, \end{cases}$
 解之, 得 $\begin{cases} b = 2, \\ c = -3, \end{cases}$
 ∴ 抛物线的表达式为 $y = x^2 + 2x - 3$;
 (3分)

(2) 如图, 抛物线的对称轴为直线 $x = -1$,
 令 $y = 0$, 则 $x_1 = -3, x_2 = 1$; 令 $x = 0$, 则 $y = -3$,
 ∴ 点 $A(-3, 0)$, 点 $B(1, 0)$, 点 $C(0, -3)$,
 ∴ $OA = OC = 3$.
 ∴ $\angle PDE = \angle AOC = 90^\circ$,
 ∴ 当 $PD = DE = 3$ 时, 以 P, D, E 为顶点的三角形与 $\triangle AOC$ 全等.
 设点 $P(m, n)$, 当点 P 在 l 右侧时, $m - (-1) = 3$,
 解之, 得 $m = 2$,
 ∴ 点 $P(2, 5)$,
 ∴ 点 $E(-1, 2)$ 或 $(-1, 8)$;
 (6分)
 当点 P 在 l 左侧时, 由抛物线的对称性可得, 点 $P(-4, 5)$, 此时点 E 坐标同理.
 综上, 点 P 的坐标为 $(2, 5)$ 或 $(-4, 5)$;
 点 E 的坐标为 $(-1, 2)$ 或 $(-1, 8)$.
 (8分)

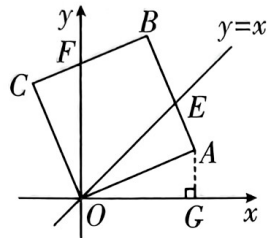


(第 26 题答案图)

27. (本题满分 10 分)

解:(1) 22.5° (2 分)

(2) 如图①, 过点 A 作 $AG \perp x$ 轴于点 G, 则有 $AG = 3, OG = 4,$



(第 27 题答案图①)

$$\therefore OA = \sqrt{OG^2 + AG^2} = 5.$$

\therefore 四边形 $OABC$ 是正方形,

$$\therefore OC = OA = 5, \angle AOC = \angle C = 90^\circ,$$

又 $\because \angle COF + \angle FOA = 90^\circ, \angle AOG + \angle FOA = 90^\circ,$

$$\therefore \angle COF = \angle GOA,$$

$$\therefore \text{Rt} \triangle FOC \sim \text{Rt} \triangle AOG,$$

$$\therefore \frac{OC}{OG} = \frac{FC}{AG},$$

$$\therefore FC = \frac{OC \cdot AG}{OG} = \frac{5 \times 3}{4} = \frac{15}{4},$$

$\therefore FC$ 的长为 $\frac{15}{4}$; (4 分)

(3) $\because \angle FCM = \angle MON = 45^\circ$ 且 $\angle FMC = \angle OMN,$

$$\therefore \triangle FMC \sim \triangle NMO,$$

$$\therefore \frac{FM}{NM} = \frac{MC}{MO},$$

$$\therefore \frac{FM}{MC} = \frac{NM}{MO}, \text{ 且 } \angle FMN = \angle CMO,$$

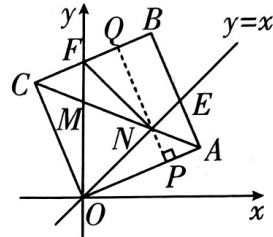
$$\therefore \triangle FMN \sim \triangle CMO,$$

$$\therefore \angle MFN = \angle MCO = 45^\circ = \angle FON,$$

$\therefore \triangle OFN$ 为等腰直角三角形.

..... (6 分)

如图②, 过点 N 作 $PQ \perp OA$ 于点 P, 交 BC 于点 Q.



(第 27 题答案图②)

$$\therefore \angle FQN = \angle NPO = 90^\circ,$$

$$\angle FNQ = \angle NOP, NF = NO,$$

$$\therefore \triangle FNQ \cong \triangle NOP. \text{ (8 分)}$$

$$\therefore NP = FQ, OP = NQ = CQ,$$

$$\therefore S_1 = S_{\triangle OFN} = \frac{1}{2} ON^2,$$

$$S_2 = S_{\triangle OCF} = \frac{1}{2} OC \cdot CF$$

$$= \frac{1}{2} (QN + NP) (CQ - FQ)$$

$$= \frac{1}{2} (OP + NP) (OP - NP)$$

$$= \frac{1}{2} (OP^2 - NP^2).$$

$$\therefore S = S_1 - S_2$$

$$= \frac{1}{2} ON^2 - \frac{1}{2} OP^2 + \frac{1}{2} NP^2$$

$$= NP^2 = \frac{1}{2} n^2. \text{ (10 分)}$$

示例二

一、选择题(共8小题,每小题3分,计24分.每小题只有一个选项是符合题意的)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
选项	B	D	A	C	D	B	D	C

二、填空题(共5小题,每小题3分,计15分)

9. 2 10. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 11. $80\sqrt{5} - 160$

12. $y = \frac{3}{x}$ (答案不唯一)

13. $2\sqrt{5}$

三、解答题(共13小题,计81分.解答应写出过程)

14. (本题满分5分)

解:原式 $= 2 - 2\sqrt{3} + \sqrt{3} - 2 \dots (3分)$
 $= -\sqrt{3}. \dots (5分)$

15. (本题满分5分)

解: $2 - 3x + 3 > 6, \dots (2分)$
 $-3x > 1, \dots (4分)$
 $x < -\frac{1}{3}. \dots (5分)$

16. (本题满分5分)

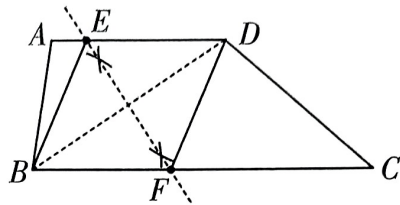
解: $x^2 = 2(x-1) + x(x-1), \dots (2分)$
 $x^2 = 2x - 2 + x^2 - x,$
 $-x = -2,$

$x = 2. \dots (4分)$

经检验, $x = 2$ 是原方程的根. $\dots (5分)$

17. (本题满分5分)

解:如图所示,点 E, F 即为所求.



$\dots (5分)$

(第17题答案图)

18. (本题满分5分)

证明: $\because DE \parallel AB,$
 $\therefore \angle EDC = \angle B. \dots (2分)$
 又 $\because CD = AB, \angle DCE = \angle A,$
 $\therefore \triangle CDE \cong \triangle ABC, \dots (4分)$
 $\therefore DE = BC. \dots (5分)$

19. (本题满分5分)

解:设这种服装每件的标价是 x 元,
 根据题意,得 $10 \times 0.8x = 11(x - 30),$
 $\dots (3分)$
 解之,得 $x = 110.$
 \therefore 这种服装每件的标价是 110 元.
 $\dots (5分)$

20. (本题满分5分)

解:(1) $\frac{2}{3} \dots (2分)$
 (2) 摸出颜色不同的两球对应的奖项为二等奖,摸出颜色相同的两球对应

的奖项为一等奖. …………… (3分)

理由如下:将两个红球分别记为“红₁”“红₂”,列表如下:

第二次 第一次	白	红 ₁	红 ₂
白		(白,红 ₁)	(白,红 ₂)
红 ₁	(红 ₁ ,白)		(红 ₁ ,红 ₂)
红 ₂	(红 ₂ ,白)	(红 ₂ ,红 ₁)	

由列表可知,共有6种等可能的结果,摸出颜色不同的两球的结果有4种,摸出颜色相同的两球的结果有2种,

$$\therefore P(\text{摸出颜色不同的两球}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3},$$

$$P(\text{摸出颜色相同的两球}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

∴ 一等奖的获奖率低于二等奖,

$$\frac{1}{3} < \frac{2}{3}, \therefore \text{摸出颜色不同的两球对应的}$$

奖项为二等奖,摸出颜色相同的两球对应的奖项为一等奖. … (5分)

21. (本题满分6分)

解:(1)4.8 …………… (1分)

(2)由题意可知 $AB \perp BG, CD \perp BG, EG \perp BG, AF \perp EG,$

∴ 四边形 $ABDC$ 和四边形 $ABGF$ 均为

矩形,

$$\therefore AC = BD = 4.8, FG = AB = 1.6.$$

…………… (2分)

设 $CF = x$, 则 $AF = AC + CF = 4.8 + x$.

在 $\text{Rt}\triangle AFE$ 中, $\alpha = 26.6^\circ,$

$$\therefore EF = AF \cdot \tan 26.6^\circ \approx (4.8 + x) \times 0.5 = 2.4 + 0.5x. \quad \dots\dots\dots (3分)$$

在 $\text{Rt}\triangle CFE$ 中, $\beta = 38.7^\circ,$

$$\therefore EF = CF \cdot \tan 38.7^\circ \approx 0.8x.$$

…………… (4分)

$$\therefore 2.4 + 0.5x = 0.8x, \text{解之,得 } x = 8.$$

$$\therefore EF \approx 0.8x = 6.4.$$

$$\therefore EG = EF + FG \approx 8.$$

∴ 这棵古树的高度 EG 约为 8 m.

…………… (6分)

22. (本题满分7分)

解:(1)16 …………… (1分)

(2)∴ 每千克降价4元,

∴ 降价后猕猴桃售价为每千克12元.

设直线 AB 的函数表达式为 $y = 12x + b$, 根据题意,得

$$12 \times 50 + b = 800, \text{解之,得 } b = 200.$$

$$\therefore y = 12x + 200. \quad \dots\dots\dots (5分)$$

(3)当 $y = 920$ 时, $12x + 200 = 920,$

解之,得 $x = 60.$

$$920 - 10 \times 60 = 320(\text{元}).$$

∴ 该商店这次销售这种猕猴桃获得的总利润为 320 元. …… (7 分)

23. (本题满分 7 分)

解: (1) 3.75; 2.0 …… (2 分)

(2) B 种树 …… (4 分)

(3) 这片树叶更可能来自于 B 种树.

理由如下: ∵ $11 \div 5.6 \approx 1.96$, 与 B 种树树叶的长宽比的中位数接近, ∴ 这片树叶更可能来自于 B 种树(理由不唯一). …… (7 分)

24. (本题满分 8 分)

(1) 证明: ∵ AP 是 $\odot O$ 的切线,

∴ $\angle OAP = 90^\circ$. …… (1 分)

∵ BC 是 $\odot O$ 的直径,

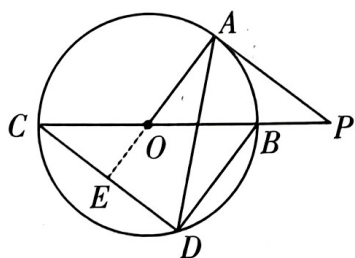
∴ $\angle BDC = 90^\circ$. …… (2 分)

∵ $OA \parallel DB$,

∴ $\angle AOP = \angle DBC$. …… (3 分)

∴ $\angle P = \angle C$, ∴ $CD \parallel AP$. …… (4 分)

(2) 解: 如图, 延长 AO 交 CD 于点 E .



(第 24 题答案图)

∵ $AO \parallel BD$, $OC = OB$,

∴ $AE \perp CD$, $OE = \frac{1}{2}BD$, $DE = \frac{1}{2}CD$.

…………… (5 分)

在 $Rt \triangle AOP$ 中, $OP = \sqrt{OA^2 + AP^2} =$

$\sqrt{6^2 + 8^2} = 10$.

由(1)知, $\triangle DBC \sim \triangle AOP$,

∴ $\frac{BC}{OP} = \frac{BD}{OA} = \frac{CD}{PA}$, ∴ $\frac{12}{10} = \frac{BD}{6} = \frac{CD}{8}$.

∴ $BD = \frac{36}{5}$, $CD = \frac{48}{5}$.

∴ $OE = \frac{18}{5}$, $DE = \frac{24}{5}$. …… (7 分)

在 $Rt \triangle AED$ 中, $AD = \sqrt{AE^2 + DE^2} =$

$\sqrt{\left(6 + \frac{18}{5}\right)^2 + \left(\frac{24}{5}\right)^2} = \frac{24\sqrt{5}}{5}$. …… (8 分)

25. (本题满分 8 分)

解: (1) 由题意可知, 抛物线的顶点坐标为 $(2, 3)$, …… (2 分)

设抛物线的表达式为 $y = a(x - 2)^2 + 3$, 将点 $A(8, 0)$ 代入, 得 $36a + 3 = 0$,

解之, 得 $a = -\frac{1}{12}$.

∴ $y = -\frac{1}{12}(x - 2)^2 + 3$. …… (3 分)

当 $x = 0$ 时,

$y = -\frac{1}{12} \times 4 + 3 = \frac{8}{3} > 2.44$,

∴ 球不能射进球门. …… (4 分)

(2) 设小明带球向正后方移动 m m, 则移动后的抛物线为

$$y = -\frac{1}{12}(x-2-m)^2 + 3, \dots (5 \text{ 分})$$

将点 $(0, 2.25)$ 代入, 得

$$2.25 = -\frac{1}{12}(0-2-m)^2 + 3,$$

..... (6 分)

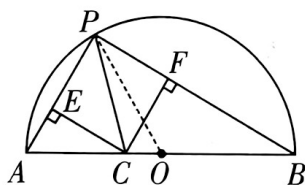
解之, 得 $m_1 = -5$ (舍去), $m_2 = 1$.

\therefore 当时他应该带球向正后方移动 1 m 射门, 才能让足球经过点 O 正上方 2.25 m 处射进球门. (8 分)

26. (本题满分 10 分)

解: (1) CF, DE, DF (2 分)

(2) 如图①, 连接 OP .



(第 26 题答案图①)

$\because AB$ 为直径, $\widehat{PB} = 2\widehat{PA}$,

$\therefore \angle AOP = 60^\circ, \therefore \angle B = 30^\circ$.

由题意得, 矩形 $PECF$ 为正方形.

在 $\text{Rt}\triangle APB$ 中, $PB = AB \cdot \cos 30^\circ = 4\sqrt{3}$.

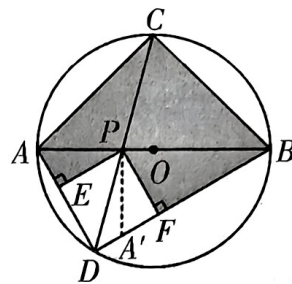
在 $\text{Rt}\triangle CBF$ 中, $BF = \frac{CF}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}CF$.

$\because PF = CF$,

$\therefore CF + \sqrt{3}CF = 4\sqrt{3}$.

$\therefore CF = 6 - 2\sqrt{3}$ (5 分)

(3) 如图②.



(第 26 题答案图②)

① $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ACB = \angle ADB = 90^\circ$.

$\because AC = BC, \therefore \angle ADC = \angle BDC$.

$\because PE \perp AD, PF \perp BD, \therefore PE = PF$.

\therefore 四边形 $PEDF$ 为正方形.

$\therefore \angle APE + \angle BPF = 90^\circ$,

$\angle PEA = \angle PFB = 90^\circ$.

\therefore 将 $\triangle APE$ 绕点 P 逆时针旋转 90° , 得

$\triangle A'PF, PA' = PA$, 则 A', F, B 三点共线,

$\triangle PA'B$ 为直角三角形, $\angle A'PB = 90^\circ$.

$\therefore S_{\triangle PEA} + S_{\triangle PBF} = S_{\triangle PA'B} = \frac{1}{2}PA' \cdot PB$

$= \frac{1}{2}x(70-x)$ (7 分)

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AC = BC = 35\sqrt{2}$,

$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC^2 = 1225$.

$\therefore y = S_{\triangle PA'B} + S_{\triangle ABC}$

$= \frac{1}{2}x(70-x) + 1225$

$= -\frac{1}{2}x^2 + 35x + 1225$ (8 分)

②当 $x = 30$ 时, $PA' = 30, PB = 40$.

在 $\text{Rt}\triangle PA'B$ 中, $A'B = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50$.

$$\therefore S_{\triangle PA'B} = \frac{1}{2}A'B \cdot PF = \frac{1}{2}PB \cdot PA',$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 50 \times PF = \frac{1}{2} \times 30 \times 40,$$

$$\therefore PF = 24.$$

$$\therefore S_{\text{四边形}PEDF} = PF^2 = 24^2 = 576(\text{m}^2).$$

\therefore 当 $AP = 30 \text{ m}$ 时, 室内活动区(四边形 $PEDF$) 的面积为 576 m^2 .

..... (10 分)

示例三

一、选择题(共 7 小题, 每小题 3 分, 计 21 分. 每小题只有一个选项是符合题意的)

题号	1	2	3	4	5	6	7
选项	D	C	B	A	B	B	C

二、填空题(共 5 小题, 每小题 3 分, 计 15 分)

8. $>$ 9. $-8x^6$ 10. $4\pi - 6\sqrt{3}$ 11. $k > 2$

12. $2S_1 = 3S_2$

三、解答题(共 13 小题, 计 84 分. 解答应写出过程)

13. (本题满分 5 分)

解: 原式 $= 2\sqrt{5} - 1 + 1 - 2\sqrt{5} + 5$ (3 分)

$= 5$ (5 分)

14. (本题满分 5 分)

解: 解 $x > \frac{3x+1}{2}$, 得 $x < -1$ (2 分)

解 $5x - 3 < 5 + x$, 得 $x < 2$ (4 分)

\therefore 原不等式组的解集为 $x < -1$.

..... (5 分)

15. (本题满分 5 分)

解: 原式 $= \frac{m+2-2}{m+2} \cdot \frac{(m+2)(m-2)}{2(m-2)}$

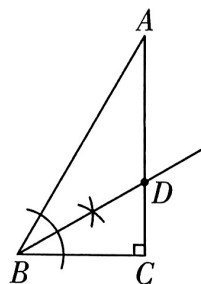
$$= \frac{m}{m+2} \cdot \frac{m+2}{2}$$

$$= \frac{m}{2}. \text{ (4 分)}$$

当 $m = -\frac{1}{2}$ 时, 原式 $= -\frac{1}{4}$ (5 分)

16. (本题满分 5 分)

解: 如图, 点 D 即为所求.



(第 16 题答案图)

..... (5 分)

17. (本题满分 5 分)

证明: $\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore AB = AC, \angle ABC = \angle ACB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ACE = 120^\circ. \text{ ... (2 分)}$$

$$\therefore BD = CE, \therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE,$$

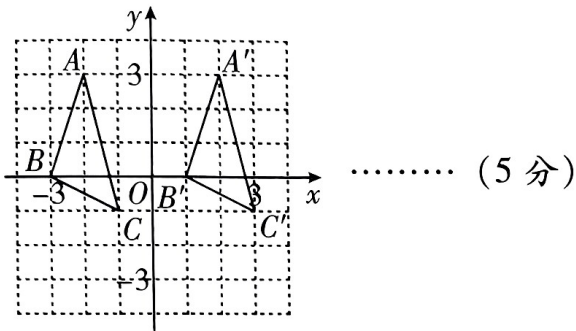
..... (4 分)

∴ ∠D = ∠E. …………… (5分)

18. (本题满分5分)

解:(1)4 …………… (2分)

(2)如图所示,△A'B'C'即为所求.



(第18题答案图)

19. (本题满分5分)

解:(1)C …………… (2分)

(2)列表如下:

	第二张					
第一张		2	3	3	5	6
2			6	6	10	12
3		6		9	15	18
3		6	9		15	18
5		10	15	15		30
6		12	18	18	30	

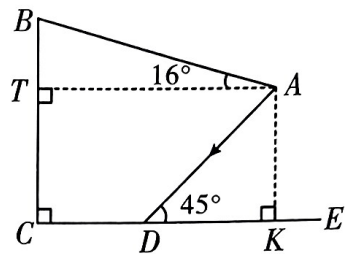
…………… (4分)

由上表可知,共有20种等可能的结果,其中抽出的这两张牌上的牌面数字之积为奇数的结果有6种,

∴ $P = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$. …………… (5分)

20. (本题满分6分)

解:如图,过点A作AT⊥BC,AK⊥CE,垂足分别为点T,K.则四边形ATCK为矩形.



(第20题答案图)

在Rt△ATB中,∠BAT = 16°,

∴ $BT = AB \cdot \sin 16^\circ \approx 1.4$ (m),

∴ $AT = AB \cdot \cos 16^\circ \approx 4.8$ (m).

…………… (2分)

∴ $CK = AT = 4.8$ (m),

$AK = CT = BC - BT = 2.6$ (m). ……(4分)

在Rt△AKD中,∠ADK = 45°,

∴ $DK = AK = 2.6$ (m),

∴ $CD = CK - DK = 2.2$ (m),

∴ 阴影CD的长约为2.2 m. ……(6分)

21. (本题满分6分)

解:(1)设AB所在直线的函数表达式为 $F_{\text{拉力}} = kx + b$,

将(6,4),(10,2.5)代入,

$$\text{得} \begin{cases} 6k + b = 4, \\ 10k + b = 2.5. \end{cases} \text{解之,得} \begin{cases} k = -\frac{3}{8}, \\ b = \frac{25}{4}. \end{cases}$$

∴ AB所在直线的函数表达式为

$$F_{\text{拉力}} = -\frac{3}{8}x + \frac{25}{4}; \dots\dots\dots (3 \text{ 分})$$

(2) 令 $x = 8$,

$\therefore 6 < 8 < 10$,

$$\therefore F_{\text{拉力}} = -\frac{3}{8} \times 8 + \frac{25}{4} = \frac{13}{4}, \dots\dots\dots (5 \text{ 分})$$

$$\therefore F_{\text{浮力}} = 4 - \frac{13}{4} = \frac{3}{4} (\text{N}).$$

\therefore 当石块下降的高度为 8 cm 时, 此刻该石块所受浮力为 $\frac{3}{4}$ N. $\dots\dots\dots (6 \text{ 分})$

22. (本题满分 7 分)

解:(1) 10, 15 $\dots\dots\dots (2 \text{ 分})$

(2) 5, 8 $\dots\dots\dots (4 \text{ 分})$

(3) 不是. 理由如下:

七年级的平均成绩为:

$$\frac{5 \times 6 + 10 \times 7 + 10 \times 8 + 15 \times 9 + 10 \times 10}{50}$$

$$= 8.3 (\text{分}). \dots\dots\dots (5 \text{ 分})$$

八年级的平均成绩为:

$$7 \times 10\% + 8 \times 50\% + 9 \times 20\% + 10 \times 20\% = 8.5 (\text{分}). \dots\dots\dots (6 \text{ 分})$$

$\therefore 50\% > 40\%$, $8.3 < 8.5$,

\therefore 本次活动中优秀率高的年级平均成绩低. $\dots\dots\dots (7 \text{ 分})$

23. (本题满分 8 分)

(1) 证明: $\therefore OB = OC$, $\therefore \angle B = \angle OCB$.

$\therefore \angle B = \angle D$, $\angle OCB = \angle OCD$,

$\therefore \angle D = \angle OCD$, $\therefore OC \parallel DF$. $\dots\dots (2 \text{ 分})$

$\therefore CF \perp DA$, $\therefore \angle F = 90^\circ$,

$\therefore \angle OCF = 90^\circ$.

$\therefore OC$ 为 $\odot O$ 的半径,

$\therefore CF$ 为 $\odot O$ 的切线; $\dots\dots\dots (4 \text{ 分})$

(2) 解: $\therefore AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$. $\dots\dots\dots (5 \text{ 分})$

$\therefore \odot O$ 的半径为 5, $\therefore AB = 10$.

$\therefore AC = AB \cdot \sin B = 6$.

$\therefore BC = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$. $\dots\dots\dots (6 \text{ 分})$

$\therefore \angle FCO = \angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore \angle FCA = \angle OCB$, $\therefore \angle FCA = \angle B$.

又 $\therefore \angle F = \angle ACB = 90^\circ$,

$$\therefore \triangle FCA \sim \triangle CBA, \therefore \frac{FC}{CB} = \frac{CA}{BA},$$

$$\therefore CF = \frac{6}{10} \times 8 = 4.8. \dots\dots\dots (8 \text{ 分})$$

24. (本题满分 10 分)

解:(1) 由题意可知, 抛物线的顶点为 $P(5, 9)$,

\therefore 设抛物线的函数表达式为 $y = a(x-5)^2 + 9$. $\dots\dots\dots (2 \text{ 分})$

把 $(0, 0)$ 代入, 解之, 得 $a = -\frac{9}{25}$.

$\dots\dots\dots (5 \text{ 分})$

$$\therefore y = -\frac{9}{25}(x-5)^2 + 9; \dots\dots\dots (6 \text{ 分})$$

(2) 令 $y=6$, 得 $-\frac{9}{25}(x-5)^2+9=6$,
 (8分)

解之, 得 $x_1 = \frac{5\sqrt{3}}{3} + 5, x_2 = -\frac{5\sqrt{3}}{3} + 5$.

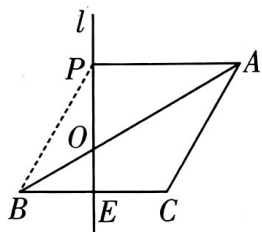
$\therefore A\left(5 - \frac{5\sqrt{3}}{3}, 6\right), B\left(5 + \frac{5\sqrt{3}}{3}, 6\right)$.

..... (10分)

25. (本题满分12分)

解:(1) 75° (2分)

(2) 如图①, 连接 BP .



(第25题答案图①)

$\therefore AP \parallel BC, AP = BC = AC$,
 四边形 $ACBP$ 是菱形. (3分)

$\therefore BP = AC = 6$.

$\angle ACB = 120^\circ, \therefore \angle PBE = 60^\circ$.

$\therefore l \perp BC$,

$\therefore BE = PB \cdot \cos 60^\circ = 3$,

$PE = PB \cdot \sin 60^\circ = 3\sqrt{3}$.

$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot PE = 9\sqrt{3}$.

..... (4分)

$\therefore \angle ABC = 30^\circ$,

$\therefore OE = BE \cdot \tan 30^\circ = \sqrt{3}$.

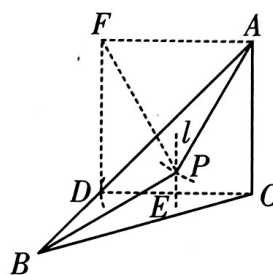
$\therefore S_{\triangle OBE} = \frac{1}{2}BE \cdot OE = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

$\therefore S_{\text{四边形}OECA} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle OBE} = \frac{15\sqrt{3}}{2}$.

..... (6分)

(3) 符合要求. (7分)

由作法, 知 $AP = AC$.



(第25题答案图②)

$\therefore CD = CA, \angle CAB = 45^\circ$,

$\therefore \angle ACD = 90^\circ$.

如图②, 以 AC, CD 为边, 作正方形 $ACDF$, 连接 PF .

$\therefore AF = AC = AP$ (9分)

$\therefore l$ 是 CD 的垂直平分线,

$\therefore l$ 是 AF 的垂直平分线.

$\therefore PF = PA$,

$\therefore \triangle AFP$ 为等边三角形.

..... (11分)

$\therefore \angle FAP = 60^\circ, \therefore \angle PAC = 30^\circ$,

$\therefore \angle BAP = 15^\circ$.

\therefore 裁得的 $\triangle ABP$ 型部件符合要求.

..... (12分)